

ZASTOSOWANIE LINIOWYCH NIERÓWNOŚCI MACIERZOWYCH DO SYNTEZY OKRĘTOWYCH UKŁADÓW STEROWANIA

THE USE OF LINEAR MATRIX INEQUALITIES FOR SYNTHESIS OF SHIPS CONTROL SYSTEMS

Monika Rybczak

Akademia Morska w Gdyni, Morska 81–87, 81-581 Gdynia, Wydział Elektryczny,
Katedra Automatyki Okrętowej, e-mail: m.rybczak@we.am.gdynia.pl

Streszczenie: Artykuł opiera się na kilku znaczących pozycjach w literaturze przedmiotu związanych z liniowymi nierównościami macierzowymi i ich zastosowaniem do syntezy okrętowych układów sterowania. Pierwsza część artykułu nawiązuje do liniowych nierówności macierzowych. Druga część poświęcona jest opisowi dwóch publikacji, zawierających zastosowanie liniowych nierówności macierzowych wdrożonych do zastosowań morskich na rzeczywistych obiektach. W podsumowaniu przedstawiono zalety i wady proponowanej metody numerycznej.

Słowa kluczowe: liniowe nierówności macierzowe, synteza wielowymiarowego układu, zastosowania morskie.

Abstract: The paper is a short review of publications about the use of linear matrix inequalities for synthesis of marine controlled object models. The first part is a short description of linear matrix inequalities. The second part presents two publications where linear matrix inequalities were implemented in marine industry. The summary describes advantages and disadvantages of the proposed numerical method.

Keywords: linear matrix inequalities, multivariable system synthesis, marine use.

1. WSTĘP

Sterowanie ruchem statku przy małych prędkościach [Gierusz 2003; Tomera 2015] na ograniczonym akwencie pływania jest wielkim wyzwaniem dla systemów nawigacyjnych ze względu na niewystarczającą dokładność urządzeń pomiarowych, co wpływa negatywnie na precyzyjne i bezpieczne sterowanie przemieszczaniem statku [Lisowski 2012, 2013]. Wśród klasycznych metod realizacji sterowania ruchem statku Aström i Wittenmark [Aström i Wittenmark 2013] wymieniają regulatory oparte na technikach regulacji liniowo-kwadratowej LQG

(z ang. *Linear Quadratic Gaussian*). Katebi i Byrne [Katebi i Byrne 1988] proponują dobór parametrów regulatora przez minimalizację wartości oczekiwanej normy kwadratowej wektora kąta wychylenia steru oraz uchybu sterowania.

Innymi metodami stosowanymi w teorii sterowania optymalnego, oprócz LQG, są m.in. regulatory typu odpornego (z ang. *Robust Control*) wykorzystujące normę H_∞ [Alfi, Shokrzadeh i Asadi 2015; Helton i Merino 1998], czy też regulatory minimalizujące normę H_2 prezentowane w pracy [Veremey, Korovkin i Sotnikova 2015], w której autorzy rozwiązują problem syntezy autopilotów okrętowych w sposób analityczny, wykorzystując metodę dostrajania korektora do zapewnienia sterowania precyzyjnego ruchem statku. Wraz ze wzrostem zainteresowania powyższymi metodami sterowania optymalnego wzrosła również popularność metod numerycznych, wśród których znajdują się liniowe nierówności macierzowe (z ang. LMI *Linear Matrix Inequality*), wykorzystywane w analizie i syntezie układów regulacji automatycznej w teorii sterowania [Boyd i in. 1994; El Ghaoui i Niculescu 2000; Duan i Yu 2013]. Inni autorzy [Lam i Leung 2011; Lin i in. 2007; Ostertag 2011] przedstawiają zastosowanie LMI w wielowymiarowych systemach z regulatorem rozmytym *fuzzy* (z ang. *Fuzzy Logic Controller*). Połączenie zmiennych Lapunowa z macierzami układu sprawia, że zagadnienie łączenia norm H_2/H_∞ stanowi problem optymalizacji niewypukłej, który dzięki zastosowaniu LMI zostaje przekształcony w zagadnienie optymalizacji wypukłej.

2. LINIOWE NIERÓWNOŚCI MACIERZOWE

Liniowe nierówności macierzowe (z ang. LMI – *Linear Matrix Inequality*) są narzędziem metod optymalizacji wypukłej stosowanym m.in. do syntezy regulatora z wykorzystaniem sterowania odpornego. Liniowe nierówności macierzowe mają zastosowanie m.in. w syntezie regulatorów o różnej konfiguracji (statyczny regulator stanu czy regulator dynamiczny umieszczony w torze głównym lub w sprzężeniu zwrotnym).

Postać kanoniczna liniowych nierówności macierzowych:

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m F_i x_i \succ 0 \quad (1)$$

przy czym:

- x – wektor zmiennej decyzyjnej (niewiadoma);
- macierze oznaczone, jako $F_0, F_i \in \mathbf{R}^{\{n \times n\}}$ są rzeczywiste i symetryczne. Zapis macierzy symetrycznej ma postać: $F_i = F_i^T$ dla $i = 0, \dots, m$;

- zapis " $\succ 0$ " oznacza, że macierz $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ jest dodatnio określona, czyli wszystkie minory¹ macierzy $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ są dodatnio określone $\mathbf{F}_1(\mathbf{x}) \succ 0; \dots; \mathbf{F}_i(\mathbf{x}) \succ 0$ dla $i=0, \dots, m$, co oznacza, że każdy minor $M_n(\mathbf{x}) = \det M(\mathbf{x}) \succ 0$ jest dodani.

Wielozadaniowość liniowych nierówności macierzowych stosowanych podczas syntezy regulatora stanu dotyczy jednoczesnego spełnienia kilku warunków dokładnie określonych w [Boyd i in 1994; El Ghaoui i Niculescu 2000].

Poniżej zamieszczono trzy główne etapy syntezy regulatora stanu wykorzystującego liniowe nierówności macierzowe.

- Pierwszy etap wiąże się ze zdefiniowaniem pożądanego obszaru położenia biegunów układu zamkniętego, umieszczonego w lewej półpłaszczyźnie zmiennej zespolonej s w celu sprecyzowania właściwości dynamicznych badanego układu zamkniętego.
- Drugi etap stanowi minimalizacja normy H_∞ , której wartość ma pośredni wpływ na uchyb regulacji.
- Trzeci etap zawiera minimalizację normy H_2 , czyli związany jest z budową regulatora, dla którego nadrzędnym celem jest minimalizacja energii sygnału sterującego.

Przy czym każdy wymieniony z osobna etap również może być rozwiązaniem syntezy regulatora stanu, uwzględniającym przykładowo tylko właściwości dynamiczne badanego układu zamkniętego.

3. ZASTOSOWANIE LINIOWYCH NIERÓWNOŚCI MACIERZOWYCH DO SYNTEZY OKRĘTOWYCH UKŁADÓW STEROWANA

Liniowe nierówności macierzowe mogą być wykorzystywane podczas syntezy wielowymiarowego regulatora w systemie sterowania. Zazwyczaj pierwszym ze sposobów przedstawienia wyników syntezy regulatora są symulacje komputerowe w czasie nierzeczywistym. Kolejnym etapem sprawdzania wyników są symulacje komputerowe w czasie rzeczywistym. Trudniejszym sposobem, stosowanym w późniejszych etapach procesu syntezy, jest weryfikacja wyników poprzez badania ich na obiekcie rzeczywistym. Od kilku lat pojawiają się artykuły na temat zastosowania LMI w przemyśle lądowym, rzadziej morskim.

¹ Minorem macierzy \mathbf{F} nazywa się wyznacznik każdej macierzy kwadratowej, utworzonej z macierzy \mathbf{F} w wyniku skreślenia odpowiedniej liczby kolumn i odpowiedniej liczby wierszy.

Poniżej opisano dwa przykłady wykorzystania liniowych nierówności macierzowych do rzeczywistych obiektów morskich.

- Pierwsze praktyczne zastosowanie LMI z 2007 przedstawiono w publikacji [Nasuno i in. 2007], opisującej regulator sterującym ruchem autonomicznego pojazdu podwodnego MR-X1 (ang. *Marine Robot Experimental 1*), zbudowanego przez Japońską Agencję Nauk i Technologii Oceanograficznych JAMSTEC. Robot wyposażony był w pięć pędników, które pracowały w trybie zdalnego sterowania lub w pełni autonomicznie. Testy w akwarium badawczym dały bardzo obiecujące rezultaty.
- Zagadnienie, przedstawione w publikacji [Iqbal i Bhatti 2011] związane jest z opisem zbudowanej przez naukowców stabilizowanej platformy o dwóch stopniach swobody (2DOF), której zadaniem jest stabilizowanie takich urządzeń, jak anteny satelitarne lub kamery instalowane na statkach. Głównym elementem publikacji jest prezentacja wyników badań uzyskanych w czasie pomiarów po zainstalowaniu platformy z anteną satelitarną na pokładzie statku oraz wypłynięciu w morze, a także badanie parametrów śledzenia satelity przez antenę w warunkach pełnomorskich.

Wymienione publikacje wskazują, że zapis problemu syntezy regulatora w postaci LMI prowadzi do skutecznego rozwiązania numerycznego i jest poparty obiecującymi wynikami.

4. PODSUMOWANIE

Autorzy [Duan i Yu 2013] podają, że zawsze można znaleźć rozwiązanie z dopuszczalną precyzją dzięki zastosowaniu wydajnych algorytmów wykorzystujących LMI. Ponadto w wykazie zalet LMI wspomniane jest rozwiązywanie zagadnień sterowania wielozadaniowego, łączącego problemy kilku określonych założeń projektowych, związanych z normą H_2 , normą H_∞ czy lokowaniem biegunów w określonym obszarze. Kiedy wszystkie cele zostają sformułowane, np. w postaci wspólnej funkcji Lapunowa, synteza regulatora sprowadza się do rozwiązania układu liniowych nierówności macierzowych. Dodatkowo przy wykorzystaniu algorytmów optymalizacyjnych do projektowania regulatorów rząd otrzymanego regulatora nie może być niższy niż rząd obiektu. W związku z czym można stwierdzić, że regulator LMI jest prostym i efektywnym układem sterującym.

LITERATURA

Alfi, A., Shokrzadeh, A., Asadi, M., 2015, *Reliability Analysis of H-Infinity Control for a Container Ship in Way-point Tracking*, Applied Ocean Research, no. 52, s. 309–316.

- Aström, K.J., Wittenmark, B., 2013, *Computer-controlled Systems: Theory and Design*, Courier Corporation.
- Boyd, S.P., El Ghaoui, L., Feron, E., Balakrishnan, V., 1994, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, vol. 15, SIAM, Philadelphia.
- Duan, G.R., Yu, H.H., 2013, *LMIs in Control Systems: Analysis, Design and Applications*, CRC Press.
- El Ghaoui, L., Niculescu, S.I., 2000, *Advances in Linear Matrix Inequality Methods in Control*, vol. 2, SIAM, Philadelphia.
- Gierusz, W., 2003, *Multivariable Robust Control Applied to Steering of Three Ship's Velocities*, Archives of Control Sciences, vol. 13, no. 4, s. 459–492.
- Helton, J.W., Merino O., 1998, *Classical Control Using H-Infinity Methods: Theory, Optimization, and Design*, SIAM, Philadelphia.
- Iqbal, S., Bhatti, A.I., 2011, *Load Varying Polytopic Based Robust Controller Design in LMI Framework for a 2d of Stabilized Platform*, Arabian Journal for Science and Engineering, no. 36(2), s. 311–327.
- Katebi, M.R., Byrne, J.C., 1988, *LQG Adaptive Ship Autopilot*, Transactions of the Institute of Measurement and Control, no. 10(4), s. 187–197.
- Lam, H.K., Leung, F.H.F., 2011, *Stability Analysis of Fuzzy-model-based Control Systems*, vol. 264, Springer.
- Lin, C., Wang, G., T.Lee, Tong, He, Y., 2007, *LMI Approach to Analysis and Control of Takagi-Sugeno Fuzzy Systems with Time Delay*, vol. 351, Springer.
- Lisowski, J., 2012, *The Sensitivity of Safe Ship Control in Restricted Visibility at Sea*, TransNav, The International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, vol. 6, no. 1, s. 35–45.
- Lisowski, J., 2013, *Metody komputerowego wspomaganie decyzji manewrowej nawigatora w sytuacjach kolizyjnych*, Zeszyty Naukowe Akademii Marynarki Wojennej w Gdyni, vol. 54, nr 1(192), s. 67–78.
- Nasuno, Y., Shimizu, E., Ito, M., Yamamoto, I., Tsukioka, S., Yoshida, H., Hyakudome, T., Ishibashi, S., Aoki, T., 2007, *Design Method for a New Control System for an Autonomous Underwater Vehicle Using Linear Matrix Inequalities*, Artificial Life and Robotics, no. 11(2), s.149–152.
- Ostertag, E., 2011, *Mono-and Multivariable Control and Estimation: Linear, Quadratic and LMI Methods*, vol. 2, Springer Science & Business Media.
- Tomera, M., 2015, *A Multivariable Low Speed Controller for a Ship Autopilot with Experimental Results*, 20th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), Międzyzdroje, s. 17–22.
- Veremey, E.I., Korovkin, M.V., Sotnikova, M.V., 2015, *Ships' Steering in Accurate Regime Using Autopilot with Special Structure of Control Law*, IFAC-PapersOnLine, no. 48(16), s. 7–12.